

峨眉二中 2021 级高一下 4 月考 数 学 试 题（文科）

命题人：余林 审题人：黄建

注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷（客观题）和第 II 卷（主观题）两部分，合计 150 分。考试结束后本试卷由学生自行保管，答题卡必须按规定上交。

2. 答题前，考生务必在答题卡上将自己的姓名、班级、考号填写清楚，并将考号填涂到对应方框内，请仔细核对。选择题答案进行填涂时请用 2B 铅笔把答题卡上对应的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其他答案，答在试卷试题卷上无效。

3. 主观题作答时，不能超过对应的答题边框，超出指定区域的答案无效。

一、选择题：（共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。每小题只有一个选项是正确的）

1. $\cos(\alpha - \beta)$ 等于（ ）

- A. $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ B. $\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
C. $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ D. $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

2. 已知平面向量 $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (1, -1)$, 则向量 $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ = ()

- A. $(-2, -1)$ B. $(-2, 1)$
C. $(-1, 0)$ D. $(-1, 2)$

3. 已知 $\cos \alpha - \sin \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\sin \alpha \cos \alpha$ 等于（ ）

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{2}$

4. 设向量 $\vec{a} = (2, 4)$ 与向量 $\vec{b} = (x, 6)$ 共线，则实数 $x =$ ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

5. 若 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$, 且 θ 为第三象限角，则 $\tan(\theta + \frac{\pi}{4})$ 的值等于（ ）

- A. $\frac{1}{7}$ B. $-\frac{1}{7}$ C. -7 D. 7

6. 在 $\triangle ABC$ 中， D 为线段 BC 上一点，且 $BD = 2CD$, 则 $\vec{AD} =$ ()

- A. $\vec{AD} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ B. $\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$
C. $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$ D. $\vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

7. 已知 $\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = \frac{1}{4}$, 则 $\cos(\frac{2\pi}{3} - 2\alpha) =$ ()

- A. $\frac{15}{16}$ B. $-\frac{15}{16}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $-\frac{7}{8}$

8. 给出下列命题：①两个具有公共终点的向量一定是共线向量；②两个向量不能比较大小，但它们的模能比较大小；③若 $\lambda \vec{a} = \vec{0}$ (λ 为实数)，则 λ 必为零；④已知 λ, μ 为实数，若 $\lambda \vec{a} = \mu \vec{b}$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 共线，其中错误命题的个数为（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

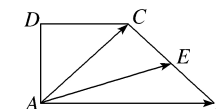
9. 已知非零向量 \vec{a}, \vec{b} , $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$, 且 $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 夹角为()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

10. 已知, $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$, 满足 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin \beta = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, 求 $\alpha + \beta$ 的值 ()

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{4} + 2k\pi$

11. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AB = 4$, $CD = 2$, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, E 是 BC 的中点，则 $\vec{AB} \cdot (\vec{AC} + \vec{AE}) =$ ()



- A. 8 B. 12 C. 16 D. 20

12. 已知角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边上有两点

$A(1, a)$, $B(2, b)$, 且 $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $|a - b| =$ ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. 1

二. 填空题: (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\alpha =$ _____.

14. 已知 $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=4$, \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角 θ 为 120° , 则向量 \vec{b} 在向量 \vec{a} 方向上的投影为 _____.

15. $\tan 22^\circ + \tan 23^\circ + \tan 22^\circ \tan 23^\circ =$ _____

16. 在边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle BAD = 60^\circ$, E 为线段 CD 上的任意一点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD}$ 的最大值为 _____

三. 简答题: (本题共 6 个大题, 17 题 10 分, 其余每题 12 分共 70 分, 请写出详细的解题过程)

17. (10 分) 设 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是两个不共线的向量, 已知 $\overrightarrow{AB} = 2\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2$, $\overrightarrow{CB} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, $\overrightarrow{CD} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$.

(1) 求证: A, B, D 三点共线;

(2) 若 $\overrightarrow{BF} = 3\vec{e}_1 - k\vec{e}_2$, 且 B, D, F 三点共线, 求 k 的值.

18. (12 分) 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos(\beta + \alpha) = \frac{5}{13}$

(1) 求 $\sin(\alpha + \beta)$ 的值 (2) 求 $\sin \beta$ 的值; (3) 求 $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha + \cos 2\alpha}$ 的值.

19. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(-1, -2)$, $B(2, 3)$, $C(-2, -1)$.

(1) 求以线段 AB, AC 为邻边的平行四边形两条对角线的长;

(2) 设实数 t 满足 $(\overrightarrow{AB} - t\overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{OC} = 0$, 求 t 的值.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和值域;

(2) 若 $f(\alpha) = \frac{3\sqrt{2}}{10}$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值.

21. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知向量 $\vec{m} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right]$, $\vec{n} = (\sin x, \cos x)$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$.

(1) 若 $\vec{m} \perp \vec{n}$, 求 $\tan x$ 的值;

(2) 若 \vec{m} 与 \vec{n} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 x 的值.

22. (12 分) 已知向量 $\vec{a} = (2\sqrt{3} \sin x, 2\cos^2 x)$, $\vec{b} = (2\cos x, -2)$ 函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} + m$,

且 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 7$

(1) 求 m 的值;

(2) 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{4} \right]$ 时, 不等式 $c < f(x) < 2c + 15$ 恒成立, 求实数 c 的取值范围.